Svar och korta lösningar Student 2005

1. C $\frac{x^2}{x^3} = \frac{1}{x}$ som är som minst –1, när $x = -1$.

2. B De två översta i kolumn två måste hoppa till lämplig ruta i rad 3 och rad 4.

3. B Bytet kan ske på följande sätt: 5 1 4 3 2 $\longrightarrow$ 5 1 3 4 2 $\longrightarrow$ 5 2 3 4 1 $\longrightarrow$ 1 2 3 4 5.

4. C $2^3 = 8$, $3^3 = 27$ och $4^3 = 64$.

5. D $888 \times 111 = 8 \times 111 \times 111 = 2 \times (2 \times 111)^2$.

6. C $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 4x + 6 = 4(x + 1) + 2$. Det enda tal som inte ger rest 2 vid division med 4 är 220.

7. B $f(2005) = 2 \cdot f(2004) - 2002 = 2008$. Dvs $f(2004) = 2005$.

8. B Vrid den vänstra ett kvart varv medurs och lägg den över den högra.

9. C Efter 25 sekunder har lilla Skutt hoppat 50 m, medan Mamman har hoppat 125 m. Mamman ska hoppa (330 – 125 + 50) m = 255 för att varva lilla Skutt.
Det tar 255/5 s = 51 s.

10. C $2:1 = 10:5$ och $4:1 = 12:3$. Då är båda förhållanden uttryckta i 15-delar. Blandas de två mängderna fås $22:8 = 11:4$.

11. A Kuben kan ha 1 vit och 5 svarta sidor eller tvärtom. Kuben kan ha 2 vita och 4 svarta sidor eller tvärtom. Två sidor i samma färg kan antingen gränsa till varandra eller vara motstående. Kuben kan ha 3 vita och 3 svarta sidor. Tre sidor i samma färg kan ha ett hörn gemensamt eller inte gemensamt.
Det ger 2 + 4 + 2 = 8 olika färgsättningar.

12. E I nästa läge har den fyra ögon upp, motsatt sidan mot två ögon har fem, som kommer upp därefter, sedan blir det tre, därefter 1, 4 och till sist 6.

13. D $r + b + v = 60$, byts alla r mot b fås $v = 20$, byts istället alla v mot b fås $r = 15$.

14. D För att få det skuggade området ska fyra cirkelsegment subtraheras från cirkelns area. Det ger $\pi \cdot 2^2 - 4(\pi - 2) = 8$.

15. D $\Delta CEB \sim \Delta AFC$. Låt $EB = AF = h$. Likformigheten ger $2/h = h/6 \Longleftrightarrow h = 2\sqrt{3}$.

16. B $|AB| = s$ km, v den tänkta farten och t den tänkta tiden. Ur uppgiften får vi tre utryck för sträckan,

$s = vt$

$s = (v + 5)(t - 5) = vt - 5v + 5t - 25$

$s = (v + 10)(t - 8) = vt - 8v + 10t - 80$,

vilket ger $v = 15$.

17. E Primtalsfaktorisering av talen ger $625 = 5^4$ (går ej), $124 = 2 \cdot 2 \cdot 31$ (går ej), $108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 9$ (går ej), $2187 = 3^7$ (går ej), $2025 = 3^4 \cdot 5^2 = 3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 15$ (ok).

18. C $5 + 125k_1 + 5 + 125k_2 = 2010 \Longleftrightarrow 125(k_1 + k_2) = 2000 \Longleftrightarrow k_1 + k_2 = 16$. Problemet är detsamma som ”hur många kulor måste vi ta upp för att summan ska bli 16 om de 17 kulorna är numrerade 0, 1, 2, ..., 16. Vi kan inte vara säkra på att ha fått summan förrän vi har plockat 10 kulor.

19. E — Det går inte att avgöra eftersom vi inte vet om talen har någon delare som är gemensam.

20. A — ΔABP och ΔBCQ är liksidiga, samtliga vinklar är $\pi/3$. Vinkelsumman i en oktagon är 6π, det ger $\angle ABC = 3\pi/4$. ΔPBQ är likbent med $\angle PBQ = 3\pi/4 - 2\pi/3 = \pi/12$. Då är basvinkeln $BPQ = (\pi - \pi/12)/2 = 11\pi/24$ och $\angle APQ = \pi/3 + 11\pi/24 = 19\pi/24$.

21. E — steg 1: $2x - 1 = 2(x-1) + 1$.
steg 2: $2(2x-1) - 1 = 4x - 3 = 2^2x - 3 = 2^2(x-1) + 1$.
steg 3: $2(2^2x - 3) - 1 = 2^3x - 7 = 2^3(x-1) + 1$ osv. sammanlagt 99 gånger ger
steg 99: $2^{99}(x-1)+1 = 2^{100}+1$ ger $x - 1 = 2$, dvs. $x = 3$.

22. D — Skriv in fyrhörningen i en cirkel. Då gäller att $\angle ADC + \angle ABC = 180°$.
$\angle BAC = \angle ABC = 80°$ (ΔACB likbent). Det ger $\angle ADC = 100°$ och $\angle ADB = 20°$.
$\angle ABD = \angle DBC = 40°$($BD$ bisketris). Alltså är $\angle BAD = 180° - 40° - 20° = 120°$.

23. A — $2^{4^x} > 4^{2^x} \Longleftrightarrow 2^{(2^2)^x} < (2^2)^{2^x} \Longleftrightarrow 2^{2^{2x}} < 2^{2^{x+1}} \Longleftrightarrow 2x < x+1 \Longleftrightarrow x < 1.$

24. B — $log_{10}(\sqrt{2005} + \sqrt{1995}) = n.$

$log_{10}((\sqrt{2005} + \sqrt{1995})(\sqrt{2005} - \sqrt{1995})) = log_{10}(2005 - 1995) = log_{10}10 = 1.$

$log_{10}((\sqrt{2005} + \sqrt{1995})(\sqrt{2005} - \sqrt{1995})) =$

$= log_{10}(\sqrt{2005} + \sqrt{1995}) + log_{10}(\sqrt{2005} - \sqrt{1995}).$

Det ger:

$log_{10}(\sqrt{2005} + \sqrt{1995}) + log_{10}(\sqrt{2005} - \sqrt{1995}) = n + log_{10}(\sqrt{2005} - \sqrt{1995}) = 1.$

$log_{10}(\sqrt{2005} - \sqrt{1995}) = 1 - n.$