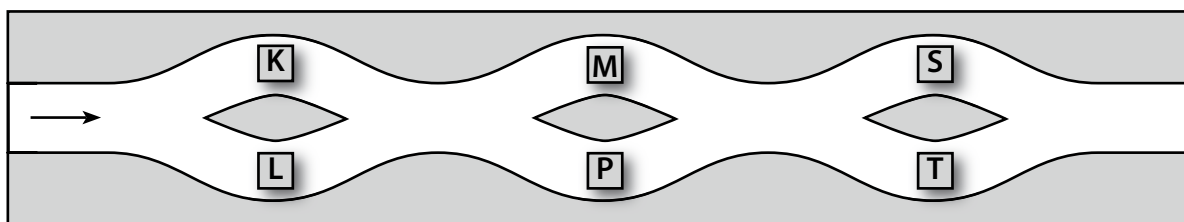


# Benjamin

## Avdelning 1. Trepoängsproblem

- 1 Greta promenerar längs stigen från vänster till höger. När stigen delar sig måste hon välja den ena stigen. Hon vänder inte och går tillbaka. Längs stigen hittar hon lappar med bokstäver på. Dem plockar hon upp och lägger i sin korg. Vilka bokstäver kan hon få i korgen?



a: K, L och M

b: L, M och P

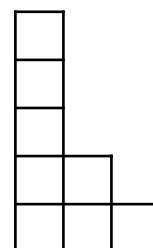
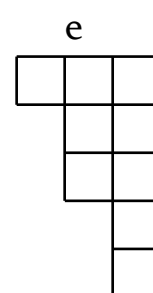
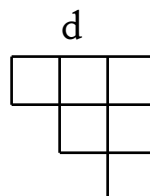
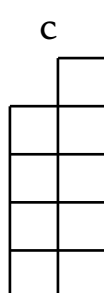
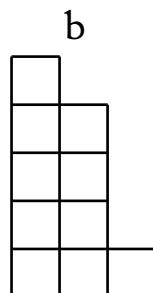
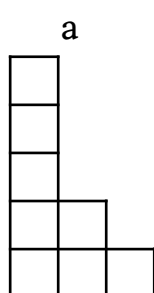
c: K, L, och S

d: L, M och S

e: L, S och T

(Österrike)

- 2 Vilken av pusselbitarna nedanför passar ihop med den till höger så att de tillsammans bildar en rektangel?



(Mexiko)

- 3 I varje ruta på brädet ska en av siffrorna 1, 2 eller 3 skrivas in. Varje rad och varje kolumn ska innehålla alla tre siffrorna. Harry har börjat fylla i rutorna. På hur många olika sätt kan han göra färdigt uppgiften?

1		
2	1	

a: 1

b: 2

c: 3

d: 4

e: 5

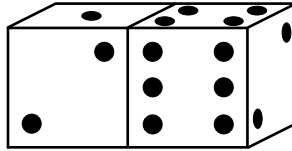
(Nederländerna)

- 4 Det tar lilla Ru 6 sekunder att göra 4 skutt. Hur lång tid tar det henne att göra 10 skutt?

a: 10 sek      b: 12 sek      c: 15 sek      d: 18 sek      e: 20 sek

(Vitryssland)

- 5 Hur många tärningsögon finns det sammanlagt på de sidor som du inte kan se på bilden?

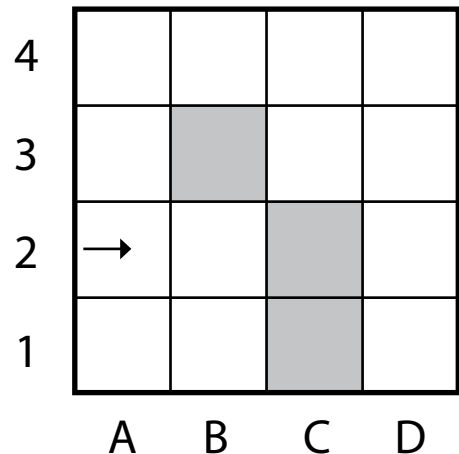



a: 25      b: 12      c: 7      d: 27  
e: inget av dessa svar

(Bulgarien)

- 6 En robot går runt på ett bräde. Den startar från ruta A2 och går i pilens riktning. Den går hela tiden stegvis rakt fram tills den stöter på ett hinder eller en kant. Då svänger den till höger. Roboten stannar om den inte kan gå framåt när den svängt till höger. På vilken ruta kommer den att stanna?

a: B2      b: A1      c: D4  
d: D1      e: den stannar aldrig



 Färgad ruta kan inte passeras

(Serbien)

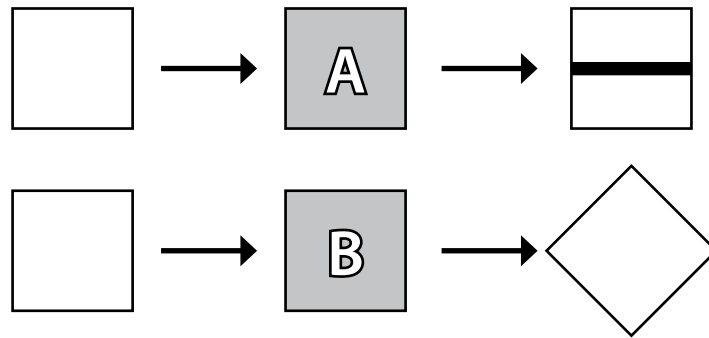
- 7 Boris är född 1 januari 2002 och han är 1 år och 1 dag äldre än Irina. Vilken dag föddes Irina?

a: 2 januari 2003      b: 2 januari 2001  
c: 31 december 2000      d: 31 december 2002  
e: 31 december 2003

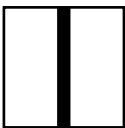
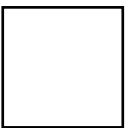
(Ryssland)

## Avdelning 2. Fyrapoängsproblem

8 På en fabrik finns en "ritmaskin" A och en "vridmaskin" B.



I vilken ordningsföljd ska man låta maskinerna arbeta

för att få  om man börjar med  ?

a: BBA

b: ABA

c: BAB

d: BA

e: ABB

(Italien)

9  $\frac{2007}{2+0+0+7} =$

a: 1001

b: 11

c: 223

d: 191

e: 123

(Sverige)

10 Agnes är 10 år. Hennes mamma Lisa är 4 gånger så gammal. Hur gammal är Lisa när Agnes är dubbelt så gammal som hon är nu?

a: 40 år

b: 50 år

c: 60 år

d: 70 år

e: 80 år

(Sverige)

11 I ett kvadratisk rutnät färglägger Hanna rutorna som ligger på diagonalerna. Vilket mått har rutnätet om Hanna sammanlagt färglägger 9 rutor?

a:  $3 \times 3$

b:  $4 \times 4$

c:  $5 \times 5$

d:  $8 \times 8$

e:  $9 \times 9$

(Sverige)

- 12 Vanda tog ett kvadratisk papper med omkretsen 20 cm och klippte itu det så att hon fick två rektanglar. Den ena rektangeln hade omkretsen 16 cm. Vilken omkrets hade den andra rektangeln?

a: 8 cm      b: 9 cm      c: 12 cm      d: 14 cm      e: 16 cm

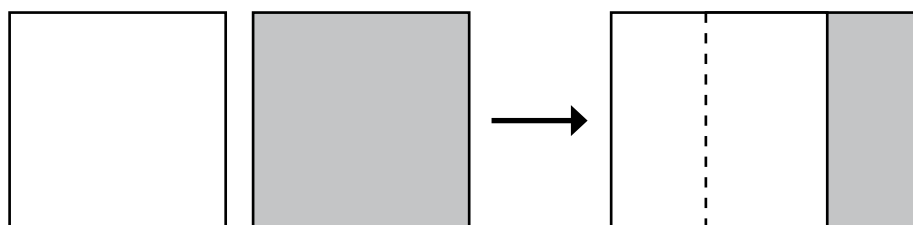
(Slovakien)

- 13 Tajana, Blanka, Ines och Monica sysslar med var sin av följande idrotter: slalom, fotboll, volleyboll och judo. Tajana ägnar sig inte åt bollsport. Blanka, som själv håller på med judo, brukar ofta titta på när hennes kamrat spelar fotboll. Vilket av följande påståenden är sant?

a: Tajana spelar volleyboll                      b: Blanka spelar fotboll  
c: Tajana sysslar med judo                      d: Monica sysslar med slalom  
e: Ines spelar volleyboll

(Kroatien)

- 14 Två kvadrater med storleken  $9\text{ cm} \times 9\text{ cm}$  läggs överlappande så att en rektangel med storleken  $9\text{ cm} \times 13\text{ cm}$  bildas. Hur stor area har den rektangel i mitten där kvadraterna överlappar varandra?



a:  $36\text{ cm}^2$       b:  $45\text{ cm}^2$       c:  $54\text{ cm}^2$       d:  $63\text{ cm}^2$       e:  $72\text{ cm}^2$

(Estland)

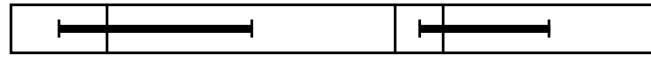
### Avdelning 3. Fempoängsproblem

- 15 I tre träd satt det sammanlagt 60 fåglar. Sedan flög några av fåglarna bort: 6 flög bort från det första trädet, 8 från det andra och 4 från det tredje trädet. Därefter satt det lika många fåglar i varje träd. Hur många fåglar satt från början i det andra trädet?

a: 26      b: 24      c: 22      d: 21      e: 20

(Polen)

- 16 Jurij hade en 27 cm lång pappersremsa. Han delade in den med tre tunna streck i fyra olika stora rektangulära bitar. Därefter ritade han två tjocka streck mellan mittpunkterna på rektanglarna.



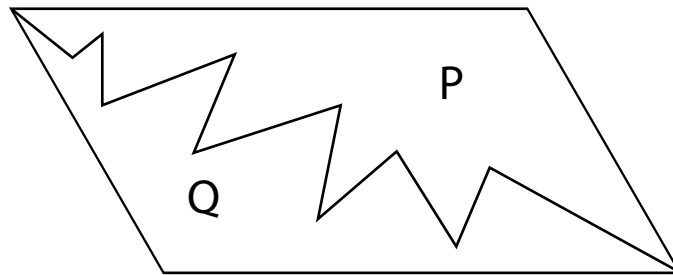
Vilken är den sammanlagda längden av de båda tjocka strecken?

- a: 12 cm    b: 13,5 cm    c: 14 cm    d: 14,5 cm  
e: det beror på hur han delar upp remsan

(Estland)

---

- 17 En parallelogram har delats i två delar P och Q som figuren visar.



Vilket av följande påståenden är säkert sant?

- a: P har större omkrets än Q                      b: P har mindre omkrets än Q  
c: P har mindre area än Q                        d: Q och P har samma area  
e: Q och P har samma omkrets

(Frankrike)

---

- 18 Vilken bokstav står på plats nummer 2007 i det oändligt långa ordet  
KÄNGURUKÄNGURUKÄNGURUKÄNGURU ... ?

- a: K                      b: Ä                      c: N                      d: G                      e: U

(Vitryssland)

---

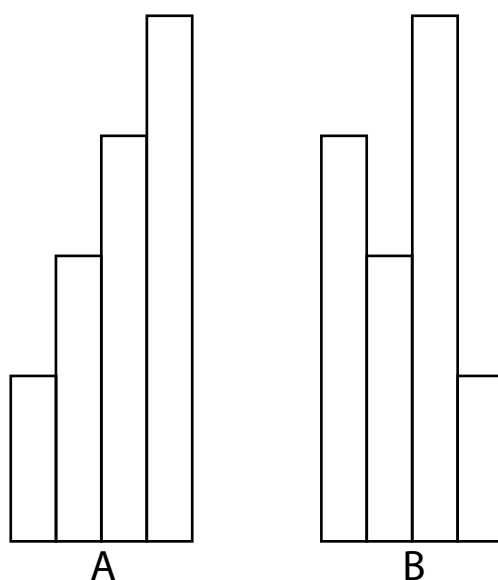
19 Peter och Nilla suddar ut fyra tal var i kvadraten så att bara ett tal blir kvar. Summan av de tal Peter suddar ut är lika med summan av de tal Nilla suddar ut. Vilket tal blir kvar i kvadraten?

4	12	8
13	24	14
7	5	23

- a: 4            b: 7            c: 14  
d: 23          e: 24

(Ukraina)

20 I figur A har man lagt fyra 10 cm breda pappersremsor bredvid varandra. Längdskillnaden mellan de remsor som ligger intill varandra är 25 cm. Genom att flytta om remsorna får man figur B.



Hur mycket längre är omkretsen hos figur B än omkretsen hos figur A?

- a: 50 cm    b: 40 cm    c: 25 cm    d: 20 cm    e: 0 cm

(Estland)

21 Olga tänkte på ett heltal. Ivan multiplicerade Olgas tal med 5 eller med 6. Boris adderade 5 eller 6 till Ivans resultat. Anja subtraherade 5 eller 6 från Boris resultat. Anjas resultat blev 73. Vilket tal hade Olga tänkt på?

- a: 10            b: 11            c: 12            d: 14            e: 15

(Ukraina)

## Svar och korta lösningar Benjamin 2007

- 1 d L, M och S En lapp med K eller L, en med M eller P samt en med S eller T.
- 2 b Enda pusselbiten som passar är b. Rektangeln blir  $3 \times 6$  rutor.
- 3 a 1 Sista talet i första kolumnen är 3, och det medför att sista talet i andra kolumnen måste vara 2 och det översta 3. Tredje kolumnen blir då 2, 3, 1.
- 4 c 15 sek 2 skutt tar 3 sek, 10 skutt tar 15 sek.
- 5 d 27 En tärning har 21 och två tärningar 42 prickar. Dra bort de 15 som syns.
- 6 d D1 Roboten svänger till höger på B2, B1, A1, A4, D4 och stannar på D1.
- 7 a 2 jan 2003 Irina föds 1 år och 1 dag efter Boris, dvs 2 januari 2003.
- 8 e ABB Använd först "ritmaskin" A, sedan "vridmaskin" två gånger BB.
- 9 c 223  $2007/9 = 223$
- 10 b 50 år Om 10 år är Agnes dubbelt så gammal som nu. Då är Lisa 50 år eftersom hon är 40 år nu.
- 11 c  $5 \times 5$  Två diagonaler har en ruta gemensam.
- 12 d 14 cm Kvadraten har sidan 5 cm. Den första rektangeln har sidorna 5, 5, 3 och 3 cm.
- 13 e Texten säger att Blanka ägnar sig åt judo. Alltså måste Tajana syssla med slalom. Det gör alternativen *a*–*d* osanna.
- 14 b  $45 \text{ cm}^2$  De mindre rektanglarna utanför överlappningen i mitten är vardera  $4 \cdot 9 \text{ cm}^2$ . Den överlappande triangeln är  $9 - 4 = 5 \text{ cm}$  bred.
- 15 c 22 När 18 fåglar flugit bort var det  $42/3 = 14$  fåglar kvar i varje träd.
- 16 b 13,5 cm Sammanlagda längden av strecken är hälften så lång som remsan.
- 17 e Månghörningarna P och Q har lika långa sidor.
- 18 e U KÄNGURU har 7 bokstäver. När vi dividerar 2007 med 7 får vi 286, rest 5. Det innebär att vi först får hela ordet KÄNGURU 286 gånger. Sedan får vi ta 5 bokstäver till för att få bokstav nr 2007, dvs KÄNGU
- 19 a, c, e 4, 14, 24 På grund av ett misstag vid uppgiftskonstruktionen så ska tre alternativ bedömas som korrekta.  
*a* är rätt. Ex: Peter kan sudda 5, 12, 13 & 23 och Nilla 7, 8, 14 & 24, summa 53.  
*c* är rätt. Ex: Peter kan sudda 5, 7, 12 & 24 och Nilla 4, 8, 13 & 23, summa 48.  
*e* är rätt. Ex: Peter kan sudda 5, 7, 8 & 23, och Nilla 4, 12, 13 & 14, summa 43.  
*b*) 7 och *d*) 23 kan inte vara korrekta, eftersom summan av alla nio talen är 110 och med ett udda tal kvar så kan inte åtta suddade tal delas så att Peter och Nilla får samma summa.
- 20 a 50 cm Anta att den kortaste remsan är  $r$  cm lång. Då gäller:  
A:s omkrets  $2 \cdot 40 + r + 25 + 25 + 3 \cdot 25 + r$  (cm) =  $2r + 230$  (cm).  
B:s omkrets  $2 \cdot 40 + r + 50 + 25 + 50 + 75 + r$  (cm) =  $2r + 280$  (cm)
- 21 c 12 Gå baklänges med inversa operationer:  $73 + 5 = 78$  eller  $73 + 6 = 79$ .  
Dra därefter bort 5 eller 6. Det kan ge 72, 73 eller 74.  
Dividera med 5 eller 6. Enda sättet att få ett heltal är att dividera 72 med 6.

# Arbeta vidare med Benjamin 2007

Det finns många intressanta idéer i årets Känguruaktiviteter och vi vet att problemen kan inspirera undervisningen under flera lektioner. Här ger vi några förslag att arbeta vidare med.

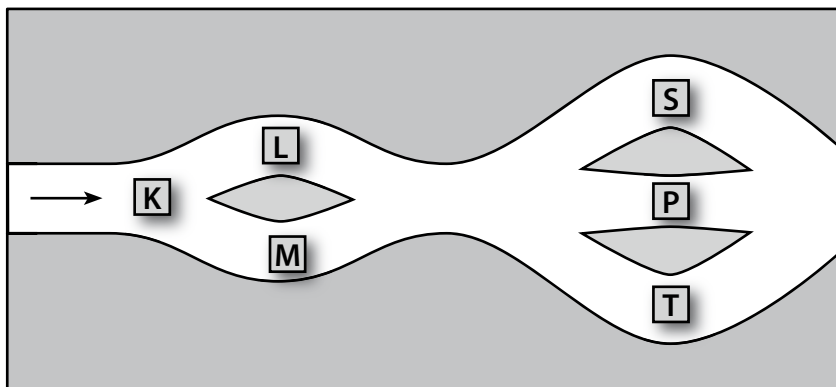
Känguruproblemen kan lösas tex genom att eleverna får laborera eller rita och resonera. De kan arbeta parvis eller i grupp och diskutera hur de tänkt, komma fram till olika lösningar och sedan jämföra och se vilken de finner enklast eller mest spännande. De kan formulera egna aktiviteter eller exempel med anknytning till frågeställningar som kommer upp vid samtalen eller diskutera vad de lärt sig i matematik genom att fundera över problem. Att jämföra olika uppgifter och göra kopplingar till erfarenheter i eller utanför skolan breddar och fördjupar upplevelser och lärande. Att se likheter mellan olika problem, att se det som är gemensamt och generellt är en väsentlig del av matematiken. Prova gärna problem för äldre elever.

Flera problem har anknytning till uppgifter som varit med i tidigare omgångar. Vi visar på några sådana, men det finns fler och även möjligheter att gå vidare till andra Känguruklassers problemsamlingar och tidigare förslag att arbeta vidare. Alla tidigare problem, sedan starten i Sverige, finns att hämta på *Kängurusidan* på <http://ncm.gu.se/kanguru>.

Det finns naturligtvis mycket annat att göra än det vi tar upp här. Hör av er med idéer och förslag som vi kan publicera på *Kängurusidan* i *Nämnamnaren* eller på nätet.

1

- Ange olika möjligheter på bokstavslappar beroende på hur du går genom vägnätet. Hur många möjligheter finns det? Skriv ner alla!
- Hur skulle lapparna ligga för att både  $a$  och  $b$  skulle vara korrekta? Går det att lägga lapparna så att enbart alternativ  $a$  är riktigt?
- Vi kan tänka oss att vägen i stället ser ut så här:



Vilka möjligheter finns det då? Om man får vända en gång?

2

Ett sätt att lösa problemet är att klippa ut den översta biten och pröva mot alternativen  $a - e$ .

- Ge exempel på olika pusselbitar som ger rektanglar/kvadrater tillsammans med  $d$  och  $e$ , tex genom att fullborda rektanglar/kvadrater på ett papper och klippa ut.
- Om du lägger ihop  $a$  och  $d$  fattas en pusselbit för att det ska bli en rektangel. Hur ska den se ut?

Andra liknande problem är *Ecolier* 3, 2002; 7, 2005 och 11, 2006, samt Benjamin 5, 2003 och 4, 2004.

3

När vi skriver in de tal som saknas kan vi börja i första kolumnen eller andra raden, där det redan finns två tal, som bestämmer vad det tredje talet ska vara. Det innebär att vi skriver in 3 i första kolumnen och då måste skriva 2 nederst i andra kolumnen vilket medför att det blir 3 överst i andra kolumnen osv. Det finns bara ett sätt.

- Om rutnätet är fyra gånger fyra rutor, vilket svar är då det riktiga?

Liknande uppgifter är Benjamin 2, 2004; 3 och 15, 2005.



4

Det finns olika sätt att resonera som det är bra att ta upp och visa på:

– 2 skutt tar 3 sekunder. 10 skutt 5 ggr så lång tid,  $5 \cdot 3 = 15$ .

– 1 skutt tar 1,5 sekunder och 10 skutt tar  $10 \cdot 1,5$  sekunder.

–  $4 + 4$  skutt tar  $6 + 6$  sekunder, 2 skutt till tar 3 sekunder till. Totalt blir det 15 sek.

– Andra sätt?

Vilket sätt är bäst och varför?

– Hur lång tid skulle det ta för lilla Ru att göra 4 skutt, om  $e$  vore det korrekta för 10 skutt?

Det är bra att diskutera liknande problem och tillämpningar med proportionalitet i vardagen och vilka lösningsstrategier som är bra att använda t ex i huvudräkning.

Liknande problem är Benjamin 15, 2003, och 16, 2006.

5

Det är inte säkert att alla elever lärt sig eller upptäckt att på en tärning är summan av antalet prickar/ögon på motstående sidoytor 7. Om det är 5 på ovansidan så är det 2 mot bordet osv. Det leder till ett sätt att beräkna totala antalet prickar som  $3 \cdot 7$ . Varför stämmer det?

Låt elevgrupper lägga två tärningar som bilden visar och undersök om de kan ligga på olika sätt men ändå visa precis det antal prickar som i figuren.

En intressant och spännande aktivitet är UPPSLAGET, Rika tärningar i Nämnaren nr 4, 2003.

Den finns under rubriken ArkivN på *Nämnaren på nätet* på <http://namnaren.ncm.gu.se>.

Besläktade problem som utvecklar rumsuppfattning är t ex Benjamin 21, 2002; 7, 2005; 6, 2006 och Cadet 7, 2004 samt Junior 21, 2005.

6

Hur ska de färgade rutorna ligga för att alternativ  $a$  resp  $b$  ska vara det korrekta?

Låt elever göra egna bräden med  $4 \times 4$ -rutnät eller större och lägg in färgade rutor och lösa varandras nya problem.

En tillämpning i närmiljö är att beskriva/rita hur elever går inne i skolan eller hem från skolan.

Motsvarande problem finns som Benjamin 13, 2002.

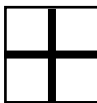

7

Det kan vara bra att först fundera över vem som är född först och vem som är yngst/äldst.

Be elever formulera problem där skillnaden är flera år (1–10) och flera dagar (1–30).

Liknande problem finns som Ecolier 2, 2004; 3, 2006 och Benjamin 7, 2003.

8

– Hur kan vi få  och  genom att använda maskinerna A och B?

– Vilket resultat blir det av maskinerna i alternativ  $c$  och  $e$ .

Gör egna exempel med ritmaskiner, t ex speglingsmaskiner och andra vridmaskiner.

Problem av liknande slag finns som Benjamin 10, 2004 och Cadet 1 och 10, 2003.

9

Överslagsräkning räcker:

2007/9 är något mer än  $2007/10 \approx 200$  så det är alternativ  $c$  som är det riktiga.

Här kan det vara lämpligt att diskutera prioriteringsregler och strategier för överslagsräkning.

Liknande problem är Benjamin 7, 2002; 8, 2003 och litet enklare 1, 2004. Taluppfattning provas också i Cadet 1, 2002; 2, 2003 och 1, 2006.

10

Här gäller det att hålla ordning på framtid och nutid.

Nu: Agnes 10 år, mamman Lisa  $4 \cdot 10 \text{ år} = 40 \text{ år}$ .

Om 40 år: Mamman Lisa  $2 \cdot 40 \text{ år} = 80 \text{ år}$ , Agnes  $10 + 40 \text{ år} = 50 \text{ år}$ .

- Hur ska problemets text formuleras för att alternativ  $c$  ska vara det korrekta.

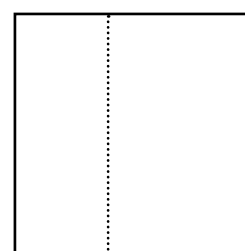
Ett litet svårare problem att prova är Cadet 16, 2004.

11

- Hur många diagonalrutor finns det att färglägga i en kvadrat med sidan 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 cm?
- Vilka mönster kan eleverna finna för udda respektive jämna tal?
- Hur många rutor att färglägga är det i en kvadrat med sidan 99 cm? I en med sidan 100 cm?

12

- Texten ger att den ena rektangeln har omkretsen 16 cm och den andra omkretsen 14 cm, se figur. Summan av rektanglarnas omkretsar är lika stor var vi än lägger klippet. Motivera varför! Hur stor är summan?



Liknande problem: Benjamin 10, 2002; 18, 2003; 12, 2005 och Cadet 16, 2005.

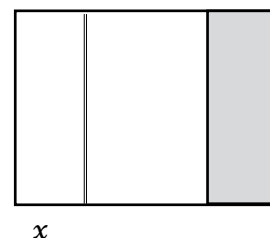
13

- Bestäm att ett av alternativen  $a-d$  är det korrekta och skriv om problemtexten så att den stämmer.

Andra problem av motsvarande slag: Benjamin 12, 2002; 21, 2005 samt Cadet 19, 2003 och 17, 2006.

14

- Variera överlappningens storlek med bilder eller urklipp.  
Hur stor är den största tänkbara rektangeln?  
Vilka mått har den minsta?
- Vilket värde skulle  $x$  i figuren ha om alternativ  $d$  vore rätt svar?  
Vad blir arean av överlappningen uttryckt med hjälp av  $x$ ?



Liknande problem är Benjamin 11 och 18, 2003 samt Cadet 7, 2005.

15

När  $6 + 8 + 4$  fåglar = 18 fåglar flugit bort var det 42 fåglar kvar, dvs  $42/3$  fåglar = 14 fåglar i varje träd. Detta kan illustreras konkret laborativt med klossar.

Variera antalet fåglar i trädet från början och antalet fåglar som flög bort, för att ge tillfälle till reflektion kring hur beräkningarna går till.

Liknande problem: Benjamin 19, 2002; 20, 2004; 14, 2005 samt Cadet 7, 2003 och Cadet 16, 2004.

16

- Dela in samma remsa med 2 respektive 5 tunna streck? Hur många smårektanglar får vi?  
Går det i båda fallen att dra tjocka streck mellan rektanglarnas mittpunkter?

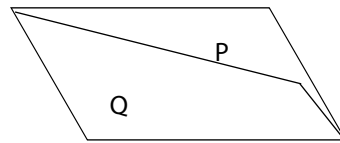
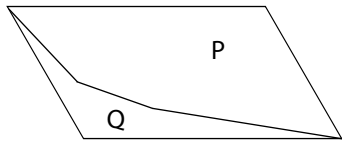
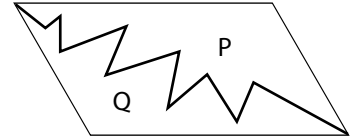
Resonera kring när och varför det inte spelar någon roll hur remsan delas.

Andra liknande problem: Benjamin 9, 2005; 15, 2006 samt Cadet 7, 2005 och 16, 2006.

17

Resonera om varför omkretsen för P är lika stor som omkretsen för Q, oberoende av hur vi drar linjen mellan de motsatta hörnen i parallelogrammen.

Areorna däremot kan bli olika stora, se figurer.



- Vilka geometriska figurer, tex trianglar, fyrhörningar, kan genom en enkel geometrisk konstruktion (tex en linje) delas i två områden som har
  - a) samma omkrets och
  - b) samma area.

Ett exempel är när vi delar en parallelogram med en diagonal för att illustrera/visa att triangelns area är basen gånger höjden genom 2.

Tidigare givna intressanta problem är bla Benjamin 14, 2002 och Cadet 4, 2002 och 15, 2004.

18

Resonemanget med 7 bokstäver har en motsvarighet i hur vi mäter tid, där urtavlan är indelad i 12 timmar. Med vår indelning av klockan kan  $11 + 3 = 2$ .

- Vad är klockan om 2007 timmar? " $11 + 2007 = ?$ "

Vi kan också tänka oss klockräkning med annan indelning än 12 timmar.

Vi kan tex räkna med sju timmar, lika många som antalet bokstäver i

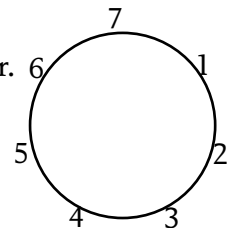
KÄNGURU, se figur.

- Om "klockan" är 3 vad är den 9 "timmar" senare?

Ja, i denna klockaritmetik är  $3 + 9 = 5$ .

- Vad är a)  $3 + 7$  b)  $3 + 1$  c)  $3 + 49$ ?

- Om klockan är 7, vad är den efter 2007 timmar? Mot vilken bokstav svarar det?



Exempel på besläktade problem: Benjamin 6, 2003; 3, 2004; 19, 2006 och Cadet 11, 2006.

19

Jämför olika lösningarna. Vilken är summan av de fyra tal som Per och Nilla suddar ut?

- Finns det fler lösningar om man bortser från de angivna svarsalternativen?
- Vilket tal återstår om summan av de tal Per suddar ut ska vara tre gånger så stor som summan av de tal Nilla suddar ut?
- Hur ändras svaret på problemet om vi ändrar 23 till 17?

Liknande problem är Benjamin 22, 2002; 13, 2003; 15, 2005, samt Cadet 9, 2004 och Junior 11, 2005.

20

De rektangulära pappersremsoarnas baser är lika stora ( $40\text{ cm} + 40\text{ cm}$ ) i figur B som i figur A. Låt oss numrera remsoarna från vänster A1 – A4 och B1 – B4 och se på skillnaderna. När det gäller remsoarna ytterst så ger B4 samma tillskott till omkretsen som A1, medan B1 ger 25 cm mindre tillskott än A4. B2 ger 25 cm mindre tillskott än A2, men B3 ger 100 cm mer tillskott än A3. Det innebär att omkretsen hos figur A är  $100\text{ cm} - 25\text{ cm} - 25\text{ cm}$  längre.

Det gäller att ha en bra systematik i uppgifter av det här slaget. Ett sätt att utveckla en sådan är att klippa ut, lägga remсор i litet tjockare papper och skriva upp skillnader remsa för remsa.

Låt eleverna göra egna problem och fundera över om det går att placera remsoarna så att skillnaden bli 25 cm eller 75 cm. Vilken är den största skillnaden?

Besläktade problem är Benjamin 23, 2003; 13, 2004; 20, 2005 samt Cadet 13, 2006 och 15, 2007.

21

Ett annat sätt än att gå baklänges är att pröva sig fram. Om vi först prövar med 10 så kan vi se vad vi får för resultat och med ledning av det resonera oss fram till varför 12 är det korrekta alternativet.

- Vilket alternativ är det korrekta om Anjas resultat blev 54 i stället för 73?
- Hur kan problemet formuleras för att  $a$  eller  $e$  ska vara det korrekta alternativet?

Liknande problem: Benjamin 20, 2004; 19, 2005 och Cadet 8, 2004; 11, 2005 samt Junior 12, 2004.