



Arbeta vidare med Milou

Vi hoppas att problemen i Milou blev en spännande och positiv upplevelse för både elever och lärare. När ni nu diskuterar lösningarna kan ni också kontrollera dem genom att pröva laborativt. Diskutera också hur problem skulle kunna formuleras för att andra lösningar skulle stämma. För att variera problemen kan förutsättningar, t ex ingående tal, ändras.

Här ger vi några kommentarer och förslag på hur ni kan arbeta vidare. Vi ger också några läsförslag dels i direkt anslutning till förlagen och dels avslutningsvis under rubriken *Litteratur*. Säkert har du också egna idéer kring hur problemen kan bearbetas och utvecklas. Dela gärna med dig av dem, skriv till kanguru@ncm.gu.se

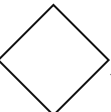


I årets *Ecolier* finns det sen ytterligare problem som ni kan arbeta med i par, i grupp och tillsammans. Om du inte redan har tillgång till det materialet har kanske någon kollega på skolan det. Det kommer annars att publiceras på *Kängurusidan*, ncm.gu.se/kanguru i sommar. Där finns redan nu alla tidigare problem, från alla tävlingsklasser, tillgängliga. Många av dessa går att använda även med yngre elever. Vi ger hänvisningar till några av dem under rubriken *Tidigare problem*.

Övningsproblemet:

Ivar ritar tre olika figurer, hela tiden i samma ordning. (päron)

Arbete med mönster kan ske med hjälp av rörelselekar, sagor, sånger, laborativt material, bilder och symboler.

- Läs sagor och sjung sånger som innehåller upprepade strofer t ex sagan om "Pannkakan" och visan "Per Olssons bonnagård". Samtala med barnen om hur mönster hjälper oss att vara uppmärksamma och att minnas.
- Kopiera och klipp ut bilderna i uppgiften eller använd andra bilder och konkreta föremål och låt barnen skapa, avbilda och beskriva olika mönster.
- Lägg mönster med olikfärgade plastfigurer och låt barnen fortsätta mönstret.
- Skapa mönster och låt plastfigurerna representeras av tecknade symboler t ex:

groda = , nalle = , äpple = 

"Vilket mönster har jag gjort? Vad ska komma sedan?"



- Arbeta med talmönster. Hur fortsätter talserierna 2, 4, 6, 8 ...; 1, 3, 5, 7 ...; 400, 200, 100, 50 ... ?

Tidigare problem: 2002: E 13; 2003: E 3; 2004: E 6; 2005: E 14; 2006: E 1 och 2008: E 11.

Att läsa

Små barns matematik, s 117–128, 143–168.

Hur många prickar har en gepard? s 62–68.

Nämnamn 1996(2): *Mönster*.



1: Vilken geometrisk figur finns inte bland tavelramarna? (triangel)

Det här handlar om att känna igen och jämföra geometriska former när det finns bilder som distraherar. Man måste också tänka sig att vissa figurer vrids. Det väsentliga är hur informationen bearbetas i huvudet, inte svaret i sig. Det enklaste sättet att kontrollera lösningen är att klippa ut formerna och prova genom att lägga dem på varandra. Låt barnen benämna de olika formerna och beskriva deras egenskaper.

2: Vilken pusselbit blir över? (hunden)

Även här kan man klippa ut pusselbitarna för att se vilka som passar ihop. Det är intressant att ta reda på hur barnen kommer fram till sina lösningar. Tittar de enbart på bilderna av djuren eller uppmärksammas de geometriska formernas egenskaper? Kattbilden består exempelvis av en kvadrat som är delad i två trianglar. Hur kan man på formen se att bilden på hunden blir över? Hur skulle den pusselbit som skulle passa ihop med hundbiten se ut?

- Låt barnen leta efter två- och tredimensionella former i omgivningen och hemma (t.ex. grytlapp, fotboll, toarulle, reflex) och låt dem berätta om föremålen.
- Gruppera föremålen efter geometriska egenskaper. Kan de sorteras på fler sätt? Hur gör man om ett föremål tillhör fler än en grupp?
- Låt barnen beskriva formerna och rita av dem i olika positioner. Vilka egenskaper har en romb?
- Undersök geometriska konstruktioner i omvärlden. Vilka månghörningar är en fotboll uppbyggd av? En reflexbricka? Hur är en toarulle konstruerad? Klipp upp och undersök.
- Lagg geometriska figurer i olika storlekar, färger och mönster med pärlor på pärlplattor (kvadrater, trianglar, romber, sexhörningar osv).
- Låt eleverna byta pärlplattor med varandra och rita av figurerna på rutpapper. Be dem också att med ord beskriva figurerna.
- Undersök hur man kan dela in en kvadrat och en sexhörning i trianglar. Bygg stjärnor av trianglar.
- Arbeta med geobräden och två eller flera snoddar till var och en. Gör en figur på brädan. Gör en likadan figur men vrid den de kvarts varv. På vilka sätt är figuren densamma? Har den samma storlek som förut? Har den samma form? Fortsätt att vrida figuren och samtala om likheter och skillnader. Gör fler figurer.

Tidigare problem: 2002: E 3; 2003: E 9; 2005: E 7; 2006: E 11; 2007: E 5; 2008: E 1 och E 6.

Att läsa

Nämnamnaren 2001(2): *Svarta lådan*.

Nämnamnaren 2007(2): *Klosspussel*.

3: Vart leder känguruns snöre? (till bilen)

Det kan vara en hjälp att använda olivfärgade pennor för att följa snörena.

Tidigare problem: 2006: E 4.



4: Vilken är känguruns skugga? (bild 1)

Det enklaste är kanske att gå igenom varje siluett och jämföra med figuren för att se vilken som passar.

- Använd OH-apparat och leksaker, gosedjur samt barnen själva för att skapa skuggbilder på väggen. Gör olika poser och rörelser. Hur ser skuggbilderna ut ur olika perspektiv? Hur ser föremål ut om man ställer dem på OH-apparaten? Om man lägger dem ned? Vad händer med storleken på skuggan när man rör sig framåt mot väggen och när man backar?

Tidigare problem: 2001: E9 och 2002: E4.

5: Vilken bild kan Sofias se i spegeln? (bild 2)

- Låt eleverna arbeta parvis. Ett barn gör olika rörelser och den andra "speglar" genom att göra exakt likadant. Observera vad som händer om barnet som leder aktiviteten vinkar med höger hand, stampar med vänster fot osv.
- Barnen kan rita av varandra framifrån, bakifrån, från sidan. Någon kan ligga ned och sträcka ut ett ben och en arm. Hur ser avbildningarna ut ur olika perspektiv?
- Låt 4–5 barn stå upp sig på bredvid varandra, några kan ha en väska på ena axeln eller i ena handen. Placera några föremål framför och vid sidan av barnen. Några barn kan göra gester som att hålla upp ena handen eller vrida huvudet åt höger. Ta en bild med digitalkamera och resonera om hur bilden ser ut när den är tagen framifrån. Rita hur bilden skulle sett ut ur ett annat perspektiv t ex bakifrån. Jämför sedan likheter och skillnader mellan de olika perspektiven.
- Bygg en bild av logiska block och låt eleverna rita eller bygga spegelbilden. Resonera om spegling – spegelsymmetri.

Att läsa

Nämnamnaren 1996 (2): *Matematiken i bilden eller bilden i matematiken.*

6: I vilken ordning är kulorna när kängurun är klar (30972)?

Uppfattar eleven att kängurun flyttar en kula i taget? Den kula som är överst från början hamnar underst – talserien vänds upp och ned. Mittkulan har samma plats som från början. Resonera om vad det kan bero på. Hur blir det med andra antal kulor? Arbeta med ordningstal, positioner: ovanför, nedanför, mitt emellan etc.

- Konstruera fler staplar eller liggande rader, med tal eller med klossar av varierande form och färg. Variera antalet ingående tal eller klossar. Hur blir det om den första och den tredje kulan / klossen / talet byter plats etc. Låt eleverna berätta vad de tror, dvs vilka hypoteser de har. Lös uppgifterna och jämför hypoteserna med lösningarna.
- Spelet Tornet i Hanoi är en utmaning för alla, se Uppslaget i Nämnamnaren 1999 (1).

Tidigare problem: 2000: E5 och E15; 2002: E16 och E17.



7: Vilken triangel har samma form och storlek som jag? (nr 5)

Det enklaste sättet att kontrollera lösningen är att klippa ut delarna och undersöka vilken det kan vara. Triangel nr 5 har roterats i rutan. Eleverna måste därför kunna föreställa sig hur en figur ser ut ur ett annat perspektiv. Att uppfatta och beskriva likheter och skillnader mellan figurer är viktigt, liksom att föreställa sig hur en figur ser ut med olika orientering. Jämför figurens trianglar. Vad är lika och vad är olika? Triangel nr 5 är rätvinklig. Finns det någon mer rätvinklig triangel i rutan? Var i omgivningen finns sådana vinklar? Sök efter olika trianglar i omgivningen. Gör praktiska övningar med en triangel. "Vrid den längsta sidan åt fönstret, åt tavlan, lägg den räta vinkeln åt magen ..." Låt eleverna rita och beskriva de olika positionerna.

Att kunna orientera sig själv i förhållande till rummet, att praktiskt och konkret kunna förhålla sig till relativa rumsliga begrepp är viktigt:

- Ge barnen olika uppmaningar: Vänd ryggen åt dörren, näsan åt Zerah, lägg högerhanden på vänster knä, lägg pennan under stolen, boken på stolen. Sätt dig mellan Jasmine och bänken, till vänster om Mario. Var sitter Pelle i förhållande till mig? Lena? Arman?
- Sitt i ring runt en elev. Låt eleven mitt i ringen berätta, från sin position, var några av kamraterna befinner sig. Sätt en docka i mitten. Var sitter Johan i förhållande till dockan? Använd begrepp som vänster och höger, bakom och framför.
- Bygg ett enkelt motiv av några logiska block på golvet, mitt i barnringen. Låt eleverna rita av det som de ser det från sin plats. Sätt upp bilderna på väggen. Resonera om varför bilderna ser olika ut.
- Låt barnen rita av sin stol, mugg, penna, suddgummi ovanifrån, underifrån, från vänster, från höger. Resonera gemensamt om bilderna.
- Arbeta parvis med logiska block eller andra geometriska former. Barnen kan sitta med ryggen mot varandra och det ena bygger en figur och beskriver den muntligt för sin kamrat. Det andra barnet ska sen bygga en likadan figur efter beskrivningen. Diskutera efteråt vari utmaningen bestod. Att i tanken ta ett annat perspektiv är inte enkelt och uppgiften ställer krav på språkliga formuleringar. Informationen måste också tolkas. Resonera om hur man kan beskriva så att kamraten förstår.

Tidigare problem: 2006: E 11.

8: Vilken kulpåse ska bort för att det ska vara 16 kulor kvar? (den med 6 kulor). Förebered samtalet kring uppgiften genom att ordna påsar, brickor eller liknande med samma antal kulor som på bilden. Låt eleverna berätta hur de löser uppgiften. Räkna de alla kulor i alla påsar och utesluter en påse i taget? Har de en strategi för hålla ordning på vilka kombinationer de gör?

Vilka antal kan de uppfatta i en blink, utan att räkna (subitiserat)? Finns det elever som har svårighet med parbildningen antal – räkneord eller kanske ett-till-ett-räkningen? Hur vet eleven vilka kulor som räknats? Ser de att två påsar innehåller fem kulor vardera och att de återstående sex finns i två påsar? Problemet handlar om att hantera antal men kanske också att göra beräkningar. Läger elever ihop alla kulor för att sedan subtrahera? Vilken strategi använder de då? Prövar de att addera olika antal för att hitta 16?

- Låt eleverna dela upp 16 kulor på olika sätt och dokumentera lösningarna. Resonera kring olika sätt att dokumentera, med bilder och med siffersymboler. Arbeta med olika antal.

Tidigare problem: 2007: E 8 och E 9; 2008: M 2.

Att läsa:

Små barns matematik: Räkneord, uppräknings och taluppfattning, s 71–88.

Förstå och använda tal – en handbok: Kap 1 Antalskonserver, kap 2 Räkneord och antal och kap 9 Addition och subtraktion, olika representationer.

Matematik från början: Att lära grundläggande begrepp och metoder, s. 36–70.

Nämnamn 2003(3): *Att använda barns förmågor.*

Nämnamn 2004(4): *Locka fram nyfikenheten.*

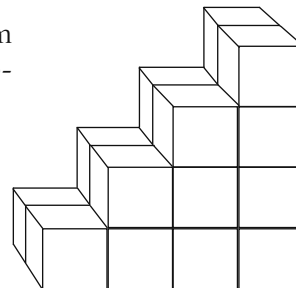


9: Hur många klossar har tagits bort? (7)

Bygg den andra figuren först och bygg sedan på den till figur 1. Om figur 1 har en färg och klossarna som byggs på har en annan är det lätt att skilja ut vilka som inte fanns från början.

För att utveckla rumsuppfattningen är det bra att fundera baklänges. Hur skulle figur 2 kunna se ut om de andra alternativen vore riktiga? Bygg och rita från olika håll. Resonera om hur bilderna ska beskrivas. Vilka begrepp och lägesord behövs?

- Bygg trappor av klossar och låt eleverna avgöra hur många klossar som kommer att behövas. Hur många klossar behövs för att göra den här trappan ett steg lägre? högre? Två steg högre? Försök att finna ett mönster.
- Hur kan en trappa med 28 klossar se ut?



Tidigare problem: 2008: M9 och E14.

10: Vilket tal ska stå i rutan på toppen? (23)

Här handlar det i första hand om att identifiera mönstret. Talen i rutorna är summan av talen i rutorna under. För att lösa topptalet måste därför det okända talet i raden under lösas först. Detta är summan av 6 och 8, dvs 14. Variera problemet genom att ändra tal och bygga högre eller bredare torn.

Tidigare problem: 2001: E4; 2004: E5 och 2008: M10.

Att läsa:

Nämnamnaren 2007(1): *Uppslaget: talpyramider.*

11: Vilken dag är det? (söndag)

Att kunna orientera sig i tid är en viktig vardagskunskap. I det ingår också att hantera dåtid och framtid "imorgon är idag igår". Vi ska resa på tisdag, hur många dagar är det då kvar tills vi åker? Vi ska vara borta i tre dagar. Vilken dag är det när vi kommer hem igen? Pelle kommer på måndag. Hur många dagar dröjer det? Vilka dagar ligger mellan idag och söndag? Du kan hämta boken om tre dagar – vilken dag är det då? Doktorn säger att stygnen ska tas bort om tio dagar. Vilken dag blir det?

- Arbeta med liknande uttryck. Variera start- och slutdag. I vilka sammanhang räknar vi med idag?
- Resonera kring varför vi alltid kommer till samma veckodag om vi rör oss med 7, 14, 21 etc dagar.
- Uppgiften kan också tas som utgångspunkt för arbete med mönster.

Att läsa:

Nämnamnaren 1996(2): *Mönster.*



12: Vilken beskrivning passar till det här tornet?(Alternativ tre)

Här ska eleverna tolka en figur, sedd ur olika perspektiv. Beskrivningen ger information om antalet klossar på höjden på respektive plats. Eleven måste kunna tolka den tredimensionella bilden och föreställa sig figuren. Bilden med klossarna ger viss information, men en del är dold. Problemet kan förenklas något genom att staplarna får olika färger. Många elever har erfarenhet av att bygga med lego, med beskrivningar steg för steg. Sådana beskrivningar är sällan ovanifrån (eller underifrån), som denna. Resonera om hur eleverna har tolkat de båda representationerna.

- Låt eleverna bygga efter de olika svarsalternativen och jämföra. Vilka likheter och skillnader finns? Låt eleverna beskriva med ord.
- Låt eleverna bygga och göra fler ritningar som i problemet. Byt ritningar och bygg kamraternas figurer.

Ett annat sätt att göra ritningar till klossbyggen är att rita från fyra håll: framifrån, från vänstra sidan, bakifrån och från högra sidan. Varje bygge får på så sätt fyra ritningar. Bygg med multilink eller andra färgade klossar och måla ritningen i motsvarande färger. Här blir det också viktigt att alla är överens om i vilken ordning de fyra ritningarna ska presenteras eller hur de ska markeras för att tolkningen ska bli entydig. Ordningen spelar ingen roll i sig, det är den gemensamma tolkningen som är nödvändig.

I kommentaren till problem nr 5 och 8 finns fler förslag på aktiviteter som stärker förmågan att uppfatta och föreställa sig figurer och föremål ur olika perspektiv.

Tidigare problem: 2008:M9 och E14.

Litteratur

Bergius, B & Emanuelsson, L. (2008). *Hur många prickar har en gepard?* Göteborg: NCM.

Doverborg, E. & Emanuelsson, G. (red)(2007). *Små barns matematik*. Göteborg: NCM.

Wallby, K., Emanuelsson, G. m fl (red) (2000). *Matematik från början*. Göteborg: NCM.

Mason, J. (2003). Att använda barns förmågor. *Nämnamnaren* 30(3).

Thisner, A. (2004). Locka fram nyfikenheten. *Nämnamnaren* 31(4).

Alla tidigare Känguruproblem finns på *Kängurusidan*: ncm.gu.se/kanguru

På Nämnamnaren på nätet, namnaren.ncm.gu.se, finns Nämnamnarenartiklar publicerade 1990–2006 fritt tillgängliga som pdf-dokument. Du finner dem via *artikel databasen*.

Under *ArkivN* finns alla publicerade Uppslag och Problemavdelningar samlade.