

DPL 22

Problemlösning på bred front

Den långa serien med DPL, *Dialoger kring problemlösning*, började hösten 1988. Vid den tidpunkten var Diana Lambdin och Frank Lester gästprofessorer vid matematikavdelningen på dåvarande Institutionen för Ämnesdidaktik vid Göteborgs universitet. De ledde en seminarierie om problemlösning, där vi inte bara diskuterade problemlösningens roll i matematikundervisningen utan också själva löste problem, enskilt och i grupp. Det gav upphov till många intressanta diskussioner. Några av de problem som vi använde finns beskrivna i de första DPL (Lambdin m fl, 1998; 1999). Det var dock ett problem som var betydligt mer utmanande än de övriga (och som jag inte minns att vi hittade någon lösning på).

87

Två tal väljs godtyckligt ur mängden 2, 3, 4, . . . , 98, 99, 100. Produkten av talen beräknas och ges till en student, Sven. En annan student, Petra, får reda på summan av talen.

Sven: Jag vet inte summan av talen.
Petra: Jag visste att du inte kunde veta det.
Sven: Nu vet jag vilken talens summa är.
Petra: Jaha! Ja, då vet jag vilken produkten av talen är.

Vilka är talen?

När man ger sig i kast med detta blir man snart varse att man ideligen skiftar perspektiv. Ena stunden försätter man sig i Petras situation för att i nästa försöka betrakta förloppet ur Svens perspektiv. Hur kan Petra tänka från början, hur tänker hon efter det att Sven har kommit med sin första kom-

mentar, efter hans andra kommentar, ...? Varför visste inte Sven att ...? Hur kunde Petra veta det ...? Ganska snart kommer man i kontakt med grundläggande egenskaper hos de naturliga talen, innebörd och relationen mellan olika räkneoperationer, samt en herre vid namn Goldbach.

Christian Goldbach var professor i St. Petersburg under 1700-talet. I ett brev till den kända matematikern Leonard Euler den 7 juni 1742 skriver han "åtminstone verkar det som varje tal större än två kan skrivas som en summa av tre primtal". En ekvivalent formulering är att "varje jämnt tal större eller lika med 4 kan skrivas som en summa av två primtal". Goldbachs förmodan är inte ännu bevisad. Däremot är den kontrollerad så att den gäller för alla tal mindre än 10^{16} . Hur kan Goldbachs förmodan kan hjälpa oss förenkla problemet ovan? Ja, det är upp till er problemlösare att fundera på.

Problemet är inte helt lätt och för att lyckas lösa det räcker det troligen inte att stegvis fundera på vilka slutsatser man kan dra efter vart och ett av de fyra påståendena. Man måste också tänka på helheten. Många av de argument som naturligt kommer in när man försöker lösa problemet handlar om faktorisering och primtal, men problemlösaren får nog också vara beredd på att ta till mer basala tekniker. Lycka till!

Johan Häggström & Ola Helenius

LITTERATUR

- Lambdin, D. m fl (1998). Dialoger om problemlösning. *Nämnnaren*, 25 (4), 3–5.
Lambdin, D. m fl (1999). Dialoger om problemlösning. *Nämnnaren*, 26 (1), 4–5.