



Problemen i denna omgång av problemavdelningen tar upp viktiga, grundläggande begrepp som vi möter i relationer inom och mellan tal eller inom och mellan geometriska objekt. För att utveckla förståelse och känsla för tal pratar vi ibland om vikten av att bli "vän med talen", så att vi kan se, ja nästan känna hur de kan delas upp i tex addition eller multiplikation i sammanhang vi möter. Problemlösning är ett bra sätt att få den känslan. Motsvarande gäller i geometri. Olika objekts egenskaper kan inte kreativt användas om vi inte har förståelse för inbördes samband och relationer. De tre första problemen berör vanliga resonemang och funderingar som du säkert mött förut.

3407 Klockslag

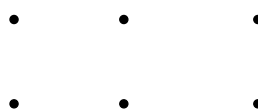
Elin vaknar av att kyrkklockan slår ett slag. Det är alldeles mörkt och hon funderar på hur länge hon behöver vänta för att få veta om klockan slog för halvtimme eller för att den var ett. Vad tror du?

3408 Hur ska du välja?

En blå påse innehåller 4 röda, 2 blå och 2 vita kulor. I en vit påse är det 2 röda och en vit kula. Du ska dra en kula ur en av påsarna och får ett fint pris om du får en röd kula. Vilken påse ska du välja?

3409 Triangelöverflöd

Hur många trianglar går det att rita med hörn i punkterna i figuren?



3410 Favorittal i repris

Vilket av talen 1–9 är ditt favorittal? Multiplicera detta tal med 13 för hand och sedan med 8547 med räknare. Vad gillar du resultatet? Prova med ett annat tal och förklara hur det hänger ihop!

3411 **Vem är jag?**

Jag är ett tvåsiffrigt tal. När jag multipliceras med min siffersumma så är resultatet 144. Vilket tal är jag?

3412 **Who am I?**

I am a 2-digit number less than 84. The sum of my digits is 9. The ones digit is twice the tens digit. Who am I?

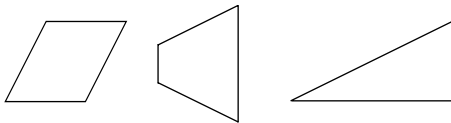
3413 **Åttingar**

Studera talen 48, 192, 264, 336. Låt oss kalla dem Åttingar. Vad har dessa tal gemensamt, som inte finns hos talen 24, 39, 128, 226? Beskriv hur Åttingar kan bildas och ange ytterligare sådana tal.

3414 **Pussel**

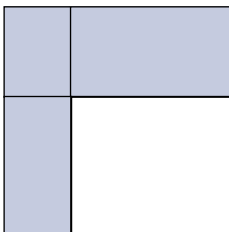


Klipp ut en kopia av kvadraten och dela den efter den sneda linjen som går från mittpunkten på en sida till ett av kvadratens hörn. Hur kan de två bitarna läggas så att de bildar följande tre figurer?



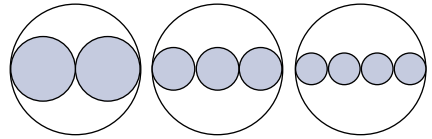
3415 **Saknade mått**

I det kvadratiske området nedan innesluts tre blå rektangelområden med areorna $1\,200\text{ m}^2$, $1\,800\text{ m}^2$ och $2\,800\text{ m}^2$. Vilken areal och vilka mått har det fjärde området?



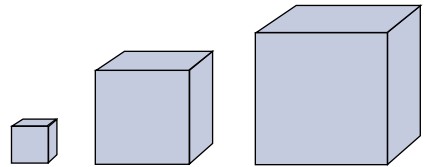
3416 **Cirkelmönster**

I en cirkel med diametern 12 cm inskrivs 2, 3, och 4 cirklar med medelpunkter på en diameter så att cirkelarna tangerar varandra parvis, se figur. Hur stor del av den större cirkeln upptar de små cirkelarnas areor i de olika figurerna? Kan du ana något mönster? Vad får 9 inskrivna cirklar för sammanlagd area?



3417 **Tre dimensioner**

Tre kuber med kantlängderna 2 cm, 5 cm och 7 cm ska limmas ihop. Hur kan det göras så att totala begränsningsarean av den hoplimmade kroppen blir så liten som möjligt? Hur stor blir den?



3418 **Vattenpelare**

Ett plaströr med vatten har inre cirkulärt tvärsnitt med diametern 40 mm. Det trycks ihop så att tvärsnittet ser ut som i figuren med samma inre omkrets som det ursprungliga röret. Tjockleken är 20 mm innermått och vi antar att tvärsnittsytan begränsas av parallella linjer och halvcirklar. Vad är arean av tvärsnittsytan? Hur mycket mindre vatten får plats i det hoptryckta röret?

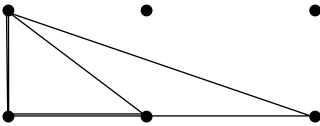


Kommentarer

3407 Elin behöver vänta minst en halvtimme (om hon inte tänder och tittar på sin egen klocka). Efter en halvtimme slår klockan igen. Endera slår den flera slag än ett, och då vet hon hur mycket klockan är, eller också slår den ett slag igen och då kan den vara 01.00 eller 01.30.

3408 I den blå påsen är andelen röda kulor $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. I den vita påsen är andelen $\frac{2}{3}$, så det ger bäst chans att välja den senare.

3409 För varje punkt går det att rita tre trianglar, se figur. Hur många olika stora trianglar finns det? Rita vilka de är! Hur många finns det av varje storlek?



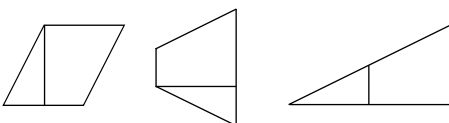
3410 För att ta reda på hur det hänger ihop behöver vi veta produkten av 13 och 8547. Vad blir produkten om vi i stället väljer ett tvåsiffrigt tal? Ser du något mönster?

3411 Vi får att $144 = 2 \cdot 72 = 3 \cdot 48 = 4 \cdot 36 = 6 \cdot 24 = 8 \cdot 18 = \dots$. Ett av dessa par uppfyller villkoren. Sök andra tal med motsvarande egenskaper.

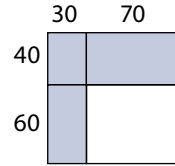
3412 Tal mindre än 84 med siffersumma 9 att leta bland: 81, 72, 63, osv. Hur långt behöver vi gå?

3413 Åttingarna har det gemensamt att de har samma siffersumma och en gemensam delare, som har med namnet att göra. Andra tal med dessa egenskaper är 408 och 480. Hittar du något mönster?

3414 Figurerna visar hur de två bitarna kan läggas.

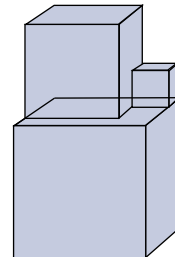


3415 Vi ser att $1200 = 30 \cdot 40$, att $1800 = 30 \cdot 60$ och att $2800 = 70 \cdot 40$. Det gör att den saknade arealen kan vara $70 \cdot 60 \text{ m}^2 = 4200 \text{ m}^2$. Finns det andra lösningar? Jämför med problem i Nämnaren nr 3, 1993 s 50.



3416 Den stora cirkeln har arean 36π . När två mindre cirklar är inskrivna är deras sammanlagda area hälften, 18π . De tre inskrivna har en tredjedel så stor area, 12π och fyra har en fjärdedel så stor area, 9π . Hur stor blir arean av 9 inskrivna? Vad är arean av n inskrivna?

3417 Kubernas begränsningsyta är $6 \cdot 2^2 + 6 \cdot 5^2 + 6 \cdot 7^2 \text{ cm}^2$. För att få så liten total begränsningsarea som möjligt efter hoplimningen placeras kuberna som på bilden. Då går det bort $4 \cdot 2^2 + 2 \cdot 5^2 \text{ cm}^2$.



3418 Cirkulära tvärsnittens omkrets är 40π från början, och arean $20^2 \cdot \pi = 400\pi$.

Hoptryckta tvärsnittsytan består av två halvcirklar med diameter 20 mm och en rektangel med basen $(40\pi - 20\pi)/2 \text{ mm}$ och höjden 20 mm. Tvärsnittsarean är 25 % mindre och röret har 25 % mindre volym på en given sträcka.



Göran Emanuelsson