



KÄNGURU SIDAN

Den 18 mars genomfördes årets Kängurutävling. Antalet inrapporterade deltagare uppgick i år till 108 061 elever. Flitigast är åk 4 och 6, 16 procent av eleverna i de årskullarna deltog. 5 procent av landets förskoleklasser deltog och knappt 1 procent av gymnasieeleverna. Tyvärr får vi bara in resultat från cirka en fjärdedel av eleverna. Det gör att vi inte kan säga något om hur eleverna i allmänhet löser uppgifterna, endast hur det urval som är inrapporterat har löst uppgifterna. Den analys av tävlingsproblemen som vi presenterar här bygger dels på inrapporterade resultat, dels på insamlade svarsblanketter från skolor i Danderyds kommun. På svarsblanketterna kan man se vilka svarsalternativ eleverna väljer, vilket är intressant, inte minst när en uppgift har låg lösningsfrekvens. Att klassificera vilket område ett problem tillhör är inte alltid lätt. Några problem handlar endast om tal eller om geometri medan andra berör flera områden. Med en grov indelning kan vi säga att tre fjärdedelar av problemen i årets tävling rör tal eller geometri. Lösningsfrekvensen på geometri-problemen är oftast relativt låg. Även problem som behandlar tal, det är främst heltalsmatematik som behandlas, har låg lösningsfrekvens. Här presenterar vi några av årets talproblem, med kommentarer kring hur eleverna kan ha resonerat. Vi vet naturligtvis inte med säkerhet hur eleverna tänker, så pröva gärna problemen med dina elever och låt dem berätta om sina lösningar.

Ett av de svåraste problem på Ecolier, att döma av svarsfrekvensen, var följande:

E9 Tusenfotingen Ingemar har 100 fötter. Igår köpte han 16 par nya skor och satte på sig. Trots det har han fortfarande inga skor på 14 fötter. På hur många fötter hade han skor innan han gick och handlade?

A: 27 B: 40 C: 50 D: 54 E: 70

Det korrekta svaret är 54 vilket 18 procent av eleverna i åk 3 och 21,5 procent i åk 4 anger. I analysen av svarsblanketter framgår att 60 procent av eleverna väljer 70. Varför väljer så många elever det alternativet? Troligen tänker de inte efter tillräckligt vilken information som texten ger utan använder de tal som finns angivna, 16 och 14, adderar dem och subtraherar svaret från 100 och får 70, vilket finns som alternativ.

E13 Martin och Klara bor i ett höghus. Klara bor 12 våningar över Martin. En dag tog Martin trapporna från sin våning för att besöka Klara. När han hunnit halvvägs var han på våning 8. På vilken våning bor Klara?

A: 12 B: 14 C: 16 D: 20 E: 24

Även det här verkar vara ett svårt problem, det korrekta svaret är 14 och det svarar 16 procent av eleverna i åk 3 och 30 procent av eleverna i åk 4. Närmare 60 procent av eleverna väljer alternativ C. Möjligen tänker eleverna $8 + 8 = 16$, dvs tänker halvvägs från bottenvåningen och tar inte hänsyn till informationen i första raden. Kanske bortser de från den för att det är för komplicerat att hantera. Benjamin nr 3 är ett liknande problem.

B3 En stege har 21 stegpinnar. En pinne är röd. Niklas numrerar pinnarna uppifrån. Han säger att den röda pinnen har nummer 10. Milla numrerar pinnarna nerifrån. Vilket nummer säger hon att den röda pinnen har?

A: 10 B: 11 C: 12 D: 13 E: 14

Det korrekta svaret är 12. Lösningsfrekvensen är relativt låg, men vi ser en positiv utveckling över årskurserna: 36 % i åk 5, 44 % i åk 6 och 51 % i åk 7. Många elever väljer det felaktiga alternativet II som man får om man gör subtraktionen $21 - 10$. Detta problem löser man lätt med en

enkel bild. Utifrån en skiss kan man se resonera om varför den subtraktion som ska göras är 21–9. Därefter kan man pröva att göra motsvarande beräkningar på stegar med hundratalens pinnar, där en bild inte kan användas och använda samma tanke i andra sammanhang, tex boksidor och dagar.

C 10 För Katja tar det 18 minuter att bilda en lång rak kedja genom att sätta ihop tre korta kedjor med hjälp av extralänkar. Hon ska göra en jättelång kedja genom att sätta ihop sex kedjor på samma sätt. Hur lång tid tar det för henne om varje ihopsättning alltid tar lika lång tid?

- A: 27 min B: 30 min C: 36 min
D: 45 min E: 60 min

Detta är ett klassiskt problem. Det korrekta svaret är D, men lösningsfrekvensen är låg: 21% i åk 8, 25% i åk 9 och 33% på kurs A. Mer än hälften av eleverna väljer det felaktiga svaret 36 min. Här tänker förmodligen eleverna inte på antalet ihopsättningar utan på antalet kedjor.

När man sätter ihop kedjorna behövs det en länk för varje hopsättning. Sågar man istället stockar ger ett snitt upphov till två bitar. Det är samma grundtanke i båda problemen men den belyses från två håll.

C 14 Kalle kapade stockar till vedträn. Han sågade bara en stock i taget. Han sågade 53 snitt och fick 72 vedträn. Hur många stockar hade han från början?

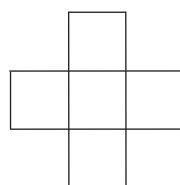
- A: 17 B: 18 C: 19 D: 20 E: 21

Det här problemet gav bättre resultat än kedje-problemet. Korrekt svar är 19. Ett vanligt felaktigt svar är 18.

För några elever, med praktisk erfarenhet av vedklyvning, ställde den vardagliga kontexten till problem. De vet att i verkligheten delas först bitarna i delar och därefter klyvs bitarna till vedträn. I matematikundervisningen har vi en mängd sådana problem där verkligheten bara är en illustration. Många elever behöver hjälp med att kunna avgöra vilken betydelse verkligheten i ett problem har.

I flera uppgifter finns förutsättningen att man söker den högsta eller minsta. Många har nog inte riktigt uppmärksammat betydelsen av dessa småord i problemen.

B10 Talen 1, 4, 7, 10 och 13 ska skrivas i rutorna i figuren. Summan av de tre talen i kolumnen ska vara densamma som summan av de tre talen i raden. Vilken är den högsta summa man kan få?



- A: 18 B: 20 C: 21 D: 22 E: 24

Lösningsfrekvensen ligger på drygt 30 procent, och den förbättras inte nämnvärt från åk 5 till åk 7. Det korrekta svaret är 24 men många elever svarar 18 eller 21, vilket är två möjliga summor. På Cadet gäller frågan ett minsta tvåsiffrigt tal.

C 11 Vilket av följande tal är det minsta tvåsiffriga tal som inte är en summa av tre olika ensiffriga tal?

- A: 10 B: 15 C: 23 D: 25 E: 28

Här gäller det att läsa noga. Några elever väljer att svara med det minsta tvåsiffriga talet, alltså 10. Andra tar inte hänsyn till ordet olika utan svarar 28. Det är de två vanligaste felaktiga svaren istället för det korrekta 25.

Juniortävlingen inleds med en uppgift, som relativt enkelt löses med kort division, om man inte lutar på sin överslagsräkning.

J1 Vilket av dessa resultat får man när 20102010 divideras med 2010?

- A: 11 B: 101 C: 1001
D: 10001 E: Kvoten är ej ett heltal.

På kurs B hade 60 procent rätt svar och på kurs C 50 procent. Ett vanligt svar är 1001. Problemet passar utmärkt för att illustrera hur man kan kontrollera ett svar med överslagsräkning: $2010 \cdot 1000 = 2010000$ men $2010 \cdot 10000 = 20100000$.

Alla problem från årets tävling finns nu på Kängurusidan. Gå igenom alla tävlingsklasser och plocka ut lämpliga problem för dina elever. Samla exempelvis problem av olika svårighetsgrad inom ett område, tex tal, och låt varje elev få den utmaning som han eller hon behöver. På Kängurusidan finns också lösningar och förslag på hur man kan arbeta vidare med problemen. Där finns även lösningsfrekvenser och kommentarer till resultaten av årets tävling.

Susanne Gennow & Karin Wallby